تحليل التباين الثنائي (2-Way Anova)

في تحليل التباين الثنائي (2-Way Anova) نقوم بإجراءات مشابهة لتحليل التباين الأحادي (One-Way Anova) ونفترض نفس الشروط (العينات مختارة عشوائيا والقيم متوزعة طبيعيا داخل كل مجتمع وتباين المجتمعات متجانس) ولكن الاهتمام ينتقل من المقارنة فقط بين متوسط عدد من المجتمعات (k) مثل الذكور والإناث أو طريقة تعليم (مبرمج – حاسب –تعاوني) إلى المقارنة بين (ab) مجتمعات. ويعني أن المقارنات ستكون بين المجتمعات الأصلية مثل ذكور وإناث وكذلك طرق التدريس (مبرمج-حاسب-تعاوني) في نفس الوقت.

تصميم تحليل التباين الثنائي

الجنس	طريقة التدريس		
	تعاوني	حاسب	مبرمج
ذكر	X_1	Y_1	W_1
	X_2	Y_2	W_2
	X_3	Y_3	W_3
أنثى	X_4	Y_4	W_4
	X_5	Y_5	W_5
	X_6	Y_6	W_6
	$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\bar{\omega}$

الافتراضات

لا شك في أن تحليل التباين يقوم على مجموعة من الاشتراطات والافتراضات المسبقة؛ وحتى يعطي هذا الأسلوب نتائج دقيقة وصادقة يجب التحقق من توافر تلك الشروط وتحققها...ولكن في الممارسات الميدانية قد يندر أو على الأقل يصعب تحقق تلك الشروط بالكلية وبالشكل التام الذي لا هنة فيه وعليه يمكن التجاوز عن بعض الخروقات البسيطة...

مثلا:

- الاعتدالية في التوزيع يمكن غض النظر عنها إذا كان حجم العينة متوسطا أو كبيرا وكانت خالية من القيم الشاذة
- التجانس في التباين قد يغض النظر عنه إذا كانت التباينات متقاربة
- الاستقلالية الصرفة قد يستعاض عنها بعينات ممثلة ولكن منفصلة

α_i تأثير المتغير التصنيفي الأول (مثلا طريقة التدريس)

β_i تأثير المتغير التصنيفي الثاني (مثلا الجنس)

اختبار معنوية الفروق

- في تحليل التباين الأحادي يوجد لدينا متغير مستقل (تصنيفي) ومتغير تابع

والفروض الإحصائية كالتالي:

الفرض الصفري

$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$

الفرض البديل:

H_a: على الأقل أحد المتوسطات مختلف

- في تحليل التباين الثنائي يوجد لدينا متغيران مستقلان (تصنيفيان) ومتغير تابع

والفروض الإحصائية كالتالي:

الفرض الأول

H_0: $\mu_{1.} = \mu_{2.} = \mu_{3.}$

H_a:على الأقل أحد المتوسطات مختلف

تختبر ما إذا كانت المتوسطات متساوية لجميع مستويات المتغير التصنيفي الأول (ليس لأحد أثرعلى المتغير التابع)

H_0: $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$

H_a: ليس كل (α_i) تساوي صفر

الفرض الثاني

H_0: $\mu_{.1} = \mu_{.2} = \mu_{.3}$

H_a على الأقل أحد المتوسطات مختلف

تختبر ما إذا كانت المتوسطات متساوية لجميع مستويات المتغير التصنيفي الأول

H_0: $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$

H_a: ليس كل (β_i) تساوي صفر

الفرض الثالث

H_0: جميع $(\alpha_i\beta_i)$ تساوي صفر

H_a ليس جميع $(\alpha_i\beta_i)$ تساوي صفر

تختبر ما إذا كانت هناك تفاعل بين المتغيرات (النموذج الخطي المركب مقابل النماذج غير الخطية)

مثال مأخوذ من كتاب "النظام الإحصائي SPSS

فهم وتحليل البيانات الإحصائية" الزعبي والطلافحة - بتصرف

Between-Subjects Factors			
		Value Label	N
طريقة التدريس	1	المبرمج	20
	2	بالحاسب	20
	3	التعاوني	20
الجنس	1	ذكر	30
	2	أنثى	30

Descriptive Statistics				
المتغير التابع "الفرق في المعدل التراكمي"				
طريقة التدريس	الجنس	Mean	Std. Deviation	N
المبرمج	ذكر	.3350	.22858	10
	أنثى	.1700	.18288	10
	المجموع	.2525	.21853	20
بالحاسب	ذكر	.3050	.19214	10
	أنثى	.6400	.17764	10
	المجموع	.4725	.24893	20
التعاوني	ذكر	.1650	.14916	10
	أنثى	.1050	.14615	10
	المجموع	.1350	.14699	20
المجموع	ذكر	.2683	.20064	30
	أنثى	.3050	.29254	30
	المجموع	.2867	.24938	60

للتأكد من شرط تجانس التباين نستخدم اختبار ليفين (Levene's Test)

- الفرض الصفري:
- $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = \sigma_4^2 = \sigma_5^2 = \sigma_6^2$
- الفرض البحثي:
- H_a: ليست كلها متساوية

Levene's Test of Equality of Error Variances[a]

Dependent Variable: المعدل التراكمي

F	df1	df2	Sig.
.575	5	54	.719

Tests the null hypothesis that the error variance of the dependent variable is equal across groups.

a. Design: Intercept + method + gender + method * gender

الرقم هنا يشير إلى عدد المجموعات – 1
وبالتالي عدد التباينات المختبرة حتما 6

القيمة الاحتمالية أكبر من مستوى الدلالة 5%. عليه سنفشل في رفض الفرض الصفري. ونستدل على أن التباينات كلها متجانسة كما ينص الفرض الصفري (يعني شرط تجانس التباين قد تحقق)

$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = \sigma_4^2 = \sigma_5^2 = \sigma_6^2$

أولا نختبر الفرض الصفري الخاص بتفاعل المتغيرين المستقلين:

H_0: جميع ($\alpha_i\beta_i$) تساوي صفر ---------أو بعبارة أخرى لايوجد تفاعل بين المتغيرين المستقلين

H_a ليس جميع ($\alpha_i\beta_i$) تساوي صفر ---------أو بعبارة أخرى يوجد تفاعل بين المتغيرين المستقلين

Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable: المعدل التراكمي

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	1.889[a]	5	.378	11.463	.000
Intercept	4.931	1	4.931	149.582	.000
طريقة التدريس	1.174	2	.587	17.809	.000
الجنس	.020	1	.020	.612	.438
الجنس * طريقة التدريس	.695	2	.348	10.543	.000
Error	1.780	54	.033		
Total	8.600	60			
Corrected Total	3.669	59			

a. R Squared = .515 (Adjusted R Squared = .470)

القيمة الاحتمالية أقل من 5%

سنرفض الفرض الصفري ونستدل على وجود التفاعل

الفرض الثاني

H_0: $\mu_{1.} = \mu_{2.} = \mu_{3.}$

H_a: على الأقل أحد المتوسطات مختلف

Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable: المعدل التراكمي

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	1.889[a]	5	.378	11.463	.000
Intercept	4.931	1	4.931	149.582	.000
طريقة التدريس	1.174	2	.587	17.809	.000
الجنس	.020	1	.020	.612	.438
الجنس * طريقة التدريس	.695	2	.348	10.543	.000
Error	1.780	54	.033		
Total	8.600	60			
Corrected Total	3.669	59			

القيمة الاحتمالية أكبر من 5%

سنفشل في رفض الفرض الصفري ونستدل على عدم وجود فرق دال إحصائيا بين الجنسين

الفرض الأول

H_0: $\mu_{1.} = \mu_{2.} = \mu_{3.}$

H_a: على الأقل أحد المتوسطات مختلف

Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable: المعدل التراكمي

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	1.889[a]	5	.378	11.463	.000
Intercept	4.931	1	4.931	149.582	.000
طريقة التدريس	1.174	2	.587	17.809	.000
الجنس	.020	1	.020	.612	.438
الجنس * طريقة التدريس	.695	2	.348	10.543	.000
Error	1.780	54	.033		
Total	8.600	60			
Corrected Total	3.669	59			

القيمة الاحتمالية أقل من 5%

سنرفض الفرض الصفري ونستدل على وجود فرق دال إحصائيا بين طريق التدريس الثلاث

ولأننا رفضنا الفرض الخاص بالتفاعل يجب الحذر في تفسير المقارنات البعدية...صحيح أن هناك فروق دالة إحصائيا على الأقل بين أحد المتوسطين إلا أن هذا الفرق ليس مطلقا بل يعتمد على مستويات المتغير الثاني " الجنس"....عرفنا ذلك من الفرض الخاص بالتفاعل.

1. طريقة التدريس

Dependent Variable: المعدل التراكمي

طريقة التدريس	Mean	Std. Error	95% Confidence Interval	
			Lower Bound	Upper Bound
المبرمج بالحاسب	.252	.041	.171	.334
	.473	.041	.391	.554
التعاوني	.135	.041	.054	.216

من الواضح أن هناك فروقا بين المتوسطات لكن هل هذه الفروق دالة إحصائيا؟؟؟

نحتاج للمقارنات البعدية

2. Gender

Dependent Variable: Change in GPA

الجنس	Mean	Std. Error	95% Confidence Interval	
			Lower Bound	Upper Bound
ذكر	.268	.033	.202	.335
أنثى	.305	.033	.239	.371

من الواضح أن هناك فروقا بين المتوسطات **لكن هل هذه الفروق غير دالة إحصائيا**؟؟؟

عرفنا ذلك من اختبار الفرض الصفري الخاص بالجنس "غير دال إحصائيا"

Multiple Comparisons

Dependent Variable: Change in GPA

Scheffe

طريقة التدريس (أ)	طريقة التدريس (ب)	MEAN DIFFERENCE (I-J)	STD. ERROR	SIG.	95% CONFIDENCE INTERVAL	
					LOWER BOUND	UPPER BOUND
المبرمج	بالحاسب	-.2200*	.05741	.002	-.3645	-.0755
	التعاوني	.1175	.05741	.133	-.0270	.2620
بالحاسب	المبرمج	.2200*	.05741	.002	.0755	.3645
	التعاوني	.3375*	.05741	.000	.1930	.4820
التعاوني	المبرمج	-.1175	.05741	.133	-.2620	.0270
	بالحاسب	-.3375*	.05741	.000	-.4820	-.1930

Based on observed means.

The error term is Mean Square(Error) = .033.

*. The mean difference is significant at the .05 level.

يوجد فرق دال إحصائيا (رفضنا الفرض الصفري لأن الاحتمالية أقل من 5%)

- يوجد فرق دال إحصائيا بين التدريس المبرمج والحاسب
- وكذلك يوجد فرق دال إحصائيا بين التعاوني والحاسب

الجدول التالي يلخص المقارنات في الجدول السابق

يوجد فرق دال إحصائيا بين طريقة التدريس بالحاسب والتعاوني

يوجد فرق دال إحصائيا بين طريقة التدريس بالحاسب والمبرمج

Change in GPA

Scheffe[a,b]

طريقة التدريس	N	Subset 1	Subset 2
التعاوني	20	.1350	
المبرمج	20	.2525	
بالحاسب	20		.4725
Sig.		.133	1.000

لاحظ أن متوسيط التعاوني والمبرمج تم وضعهما في مجموعة واحدة مما يعني عدم وجود فرق دال إحصائيا بينهما

لاحظ أن متوسط الحاسب تم وضعه في مجموعة لوحده مما يعني وجود فرق دال إحصائيا بينه وبين بقية المتوسطات الأخرى

" التعاوني والمبرمج"

Means for groups in homogeneous subsets are displayed.

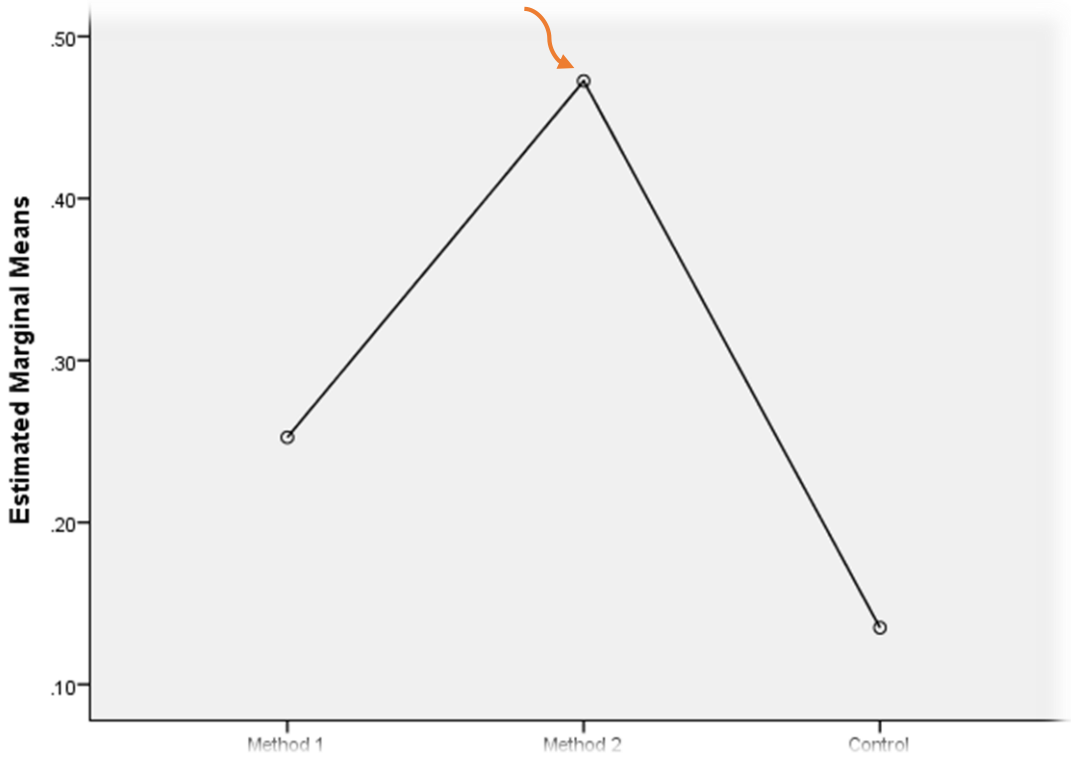
Based on observed means.

The error term is Mean Square(Error) = .033.

a. Uses Harmonic Mean Sample Size = 20.000.

b. Alpha = .05.

تذكير بأهمية الحذر من تفسير نتائج التأثيرات الرئيسة (طرق التدريس مثلا) فلو أغفلنا التفاعل ونظرنا فقط للفروق بين المتوسطات لطرق التدريس سنجد أن متوسط الحاسب هو الأكبر بشكل دال إحصائيا



ولكن لو نظرنا للفروق بين المتوسطات لطرق التدريس لكل مستوى من مستويات المتغير المستقل الآخر "الجنس" سنجد أن متوسط الحاسب هو الأكبر للإناث ولكن المبرمج هو الأكبر للذكور

"تذكر أننا وجدنا أن التفاعل بين المتغيرين دال إحصائيا"