

# حل لثوبجي

١: أوجد الجذور الخمسة:  $(-4 + 4i)^{\frac{1}{5}}$ .

٢: أحسب النهاية  $\lim_{z \rightarrow i} \frac{z^2 + 1}{z^6 + 1}$  (لا تستخدم قاعدة لوبيتال)

٣: أوجد صورة الدائرة  $|z - 3| = 1$  تحت تأثير الدالة  $f(z) = 4z - 12 + 3i$ . مع الرسم

الحلول:

١  $r = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}, \theta = 3\frac{\pi}{4}$   
 $(-4 + 4i)^{\frac{1}{5}} = \left[ 4\sqrt{2} e^{i\left(\frac{3\pi}{4} + 2k\pi\right)} \right]^{\frac{1}{5}} = (4\sqrt{2})^{\frac{1}{5}} e^{i\left(\frac{3\pi}{20} + \frac{2k\pi}{5}\right)}$  (3)  
 $0 \leq k \leq 4$

٢  $\lim_{z \rightarrow i} \frac{z^2 + 1}{z^6 + 1} = \lim_{z \rightarrow i} \frac{(z - i)(z + i)}{(z - i)(z^5 + iz^4 - z^2 + z + i)}$   
 $= \lim_{z \rightarrow i} \frac{z + i}{z^5 + iz^4 - z^2 + z + i} = \frac{2i}{6i} = \frac{1}{3}$  (1)

٣ Circle:  $z = 3 + e^{it}, 0 \leq t \leq 2\pi$   
 $w = f(z) = f(3 + e^{it}) = 4(3 + e^{it}) - 12 + 3i$   
 $= 12 + 4e^{it} - 12 + 3i$   
 $w - 3i = 4e^{it}$

4 معادلة دائرة مركزها (3, 3) ونصف قطرها 4

