د/ برهان
تصحيح

جامعة الملك سعود King Saud University كلية علوم الحاسب والمعلومات فرع المزاحمية	الاختبار الشهري الثاني للمقرر 151 ريض للفصل الثاني 1437-1438 هـ
الإسم : ..... الرقم الجامعي :	الزمن : ساعة و نصف. الدرجة :

السؤال الأول (10 درجات):

(أ) لتكن R العلاقة المعرفة على المجموعة $A=\{0,1,2,3\}$ كما يلي: $a\,R\,b \Leftrightarrow a \le 2b$.

(i) اكتب R كمجموعة أزواج مرتبة. (درجتان)

(2) $R=\{(0,0);(0,1);(0,2);(0,3);(1,1);(1,2);(1,3);(2,1);(2,2);(2,3);(3,2);(3,3)\}$

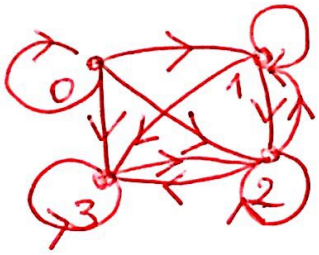
(ii) أوجد كلا من **مجال و مدى** العلاقة R. (درجة)

(0,5) $D_R=\{0,1,2,3\}$ هو R مجال

(0,5) $Im\,R=\{0,1,2,3\}$ هو R مدى

(iii) مثل العلاقة R برسم موجه. (درجة)

(1)



(iv) أوجد مصفوفة M_R , مصفوفة العلاقة R . (درجة)

(1)

$$M_R=\begin{array}{c} \\ 0\\1\\2\\3\end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{cccc}0&1&2&3\end{array}\\\begin{pmatrix}1&1&1&1\\0&1&1&1\\0&1&1&1\\0&0&1&1\end{pmatrix}\end{array}$$

(ب) لتكن $S=\{(a,b);(b,c);(c,d);(d,a)\}$ علاقة معرفة على المجموعة $B=\{a,b,c,d\}$.

(i) أوجد S^2 . (درجة و نصف)

(1,5) $S^2=SoS=\{(a,c);(b,d);(c,a);(d,b)\}$.

Scanned by CamScanner

(ii) أوجد $S \circ S^{-1}$. (درجة و نصف)

$S = \{(a,b);(b,c);(c,d);(d,a)\}$ 0,5

$S^{-1} = \{(b,a);(c,b);(d,c);(a,d)\}$

$S \circ S^{-1} = \{(b,b);(c,c);(d,d);(a,a)\}$ 1

(ج) جد الاغلاق المتعدي للعلاقة T الممثلة بالمصفوفة $M_T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. (درجتان)

$M_{T(T)} = M_T + M_{T^2} + M_{T^3}$ 0,5

$M_{T^2} = M_T \odot M_T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ 0,5

$M_{T^3} = M_{T^2} \odot M_T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ 0,5

$M_{T(T)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ فان 0,5

السؤال الثاني (5 درجات):

لتكن R علاقة معرفة على المجموعة $\mathbb{N} = \{1,2,3,...\}$ كما يلي : $a\,R\,b \Leftrightarrow (a+b)$ عدد زوجي.

(أ) أثبت أن R علاقة تكافؤ. (3 درجات)

• R انعكاسية على $\mathbb{N}$ لأن عندما نأخذ $a \in \mathbb{N}$ فان $(a+a) = 2a$ و هو عدد زوجي لأن $a\,R\,a$ 1

• R تناظرية على $\mathbb{N}$ لأن عندما نأخذ $a,b \in \mathbb{N}$ و نفترض أن $a\,R\,b$ فان $(a+b)$ هو عدد زوجي و بالتالي $(b+a)$ هو عدد زوجي يعني $b\,R\,a$. 1

• R متعدية على $\mathbb{N}$ لأن عندما نأخذ $a,b,c \in \mathbb{N}$ و نفترض أن $a\,R\,b$ و $b\,R\,c$ فان $(a+b)$ زوجي و $(b+c)$ زوجي و بالتالي $a+b+b+c = 2K+2L$ يعني $a+b=2K$ و $b+c=2L$ 1

$a+c = 2(K+L-b) \Leftarrow$ اذن $(a+c)$ زوجي و بالتالي $a\,R\,c$

(ب) أوجد فصل التكافؤ $[2]$. (درجة)

$[2] = \{a \in \mathbb{N} / 2\,R\,a\}$

$[2] = \{a \in \mathbb{N} / (2+a) = 2k\}$ 1

$[2] = \{2,4,6,8,...\} = 2\mathbb{N}$

Scanned by CamScanner

(ج) بين فيما إذا كانت العلاقة R تخالفية. (درجة)

$4R2$ و $2R4$ العلاقة ليست تخالفية ①

لأن $2 \neq 4$.

السؤال الثالث (5 درجات):

لتكن R العلاقة المعرفة على المجموعة $\mathbb{N} = \{1,2,3,...\}$ كما يلي: $x\ R\ y \Leftrightarrow \left(\frac{x}{y}\right)$ هو عدد فردي.

(أ) اثبت أن R علاقة ترتيب جزئي. (3 درجات)

• R انعكاسية لأن عندما نأخذ $x \in \mathbb{N}$ فإن $\frac{x}{x} = 1$ و 1 هو عدد فردي ①

وبالتالي xRx.

• R تخالفية لأن عندما نأخذ $x, y \in \mathbb{N}$ ونفترض أن xRy ①

و yRx فإن لدينا $\frac{x}{y} = 2k+1$ حيث k عدد صحيح موجب (1)

و $\frac{y}{x} = 2k'+1$ حيث k' عدد صحيح موجب. بضرب (1) في (2) (2)

$1 = \frac{x}{y} \cdot \frac{y}{x} = (2k+1)(2k'+1)$ ذجب

$= 4kk' + 2(k+k') + 1$

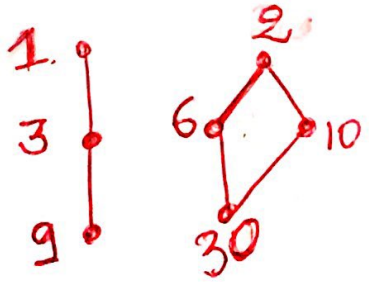
وبالتالي $k = k' = 0$ ذجب $\frac{x}{y} = 1$ أي $x = y$.

• R متعدية لأن عندما نأخذ $x, y, z \in \mathbb{N}$ ونفترض أن xRy و yRz ①

فإن $\frac{x}{y}$ و $\frac{y}{z}$ هم أعداد فردية وحاصل ضربهم يكون فردي وبالتالي $\frac{x}{z}$ فردي

ذجب xRz. (درجتان)

(ب) أوجد شكل هاس إذا كانت R معرفة على المجموعة $\{1,2,3,6,9,10,30\}$.



① + ①

$R = \{(1,1); (2,2); (3,3); (6,6); (9,9); (10,10); (30,30)$
$(9,3); (9,1); (3,1); (30,6); (30,10); (30,2); (6,2);$
$(10,2)\}$

Scanned by CamScanner