جامعة الملك سعود
King Saud University

الوقت: ساعة ونصف.

الاختبار الشهري الثاني للمقرر 151 ريض للفصل الأول 1437-1438 هـ

السؤال الأول (11 درجة):

(أ) لتكن R علاقة على $A=\{0,1,2,3\}$ معرفة كما يلي: $a\le 2b \Leftrightarrow a\,R\,b$.

(i) اكتب العلاقة R كمجموعة أزواج مرتبة. (درجتان)

(ii) مثّل العلاقة R برسم موجّه . (درجة)

(iii) بيّن فيما إذا كانت العلاقة R إنعكاسية, تناظرية, تخالفية , متعدية. (4 درجات)

(ب) لتكن E مجموعة الأعداد الصحيحة الزوجيّة و لتكن S علاقة على E معرفة كما يلي:

$m+n$ يقسم $4 \Leftrightarrow m\,S\,n$

(i) اثبت أن S علاقة تكافؤ. (3 درجات)

(ii) أوجد $[0]$. (درجة)

السؤال الثاني (7 درجات):

(أ) ليكن B جبرا بوليا و لتكن T علاقة على B معرفة كما يلي: $x\,y=y \Leftrightarrow x\,T\,y$.

اثبت أن T علاقة ترتيب جزئي. (3 درجات)

(ب)

(i) اكتب الدالة البولية $f(x,y,z)=(x'+y)'(yz')'$ على شكل CSP . (درجتان)

(ii) اكتب الدالة البولية $g(x,y,z)=xz+y'z'$ على شكل CPS . (درجتان)

السؤال الثالث (7 درجات):

لتكن $h(x,y,z)=xy'+y'z'+xyz+x'yz'$ دالة بولية.

(i) أوجد شكل كارنو لـ h . (درجة)

(ii) اكتب h على شكل MSP . (درجتان)

(iii) اكتب h على شكل MPS . (درجتان)

(iv) صمم شبكة عطف وفصل أصغرية مخرجها $h(x,y,z)$. (درجة)

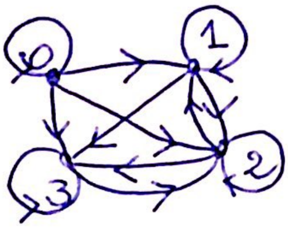
(v) صمم شبكة مخرجها $h(x,y,z)$ باستخدام بوابات نفي الفصل فقط. (درجة)

تصحيح الاختبار الشهري الثاني ١٥١ ريض
للفصل الأول ١٤٣٧ - ١٤٣٨هـ

السؤال الأول : (11 درجة)

(أ) (i) $R=\{(0,0);(0,1);(0,2);(0,3);(1,1);(1,2);(1,3);$
$(2,1);(2,2);(2,3);(3,2);(3,3)\}$ ②

(ii) ①



(iii) • R هي انعكاسية لأنها تحتوي على العلاقة القطرية على A
$I_A=\{(0,0);(1,1);(2,2);(3,3)\}\subset R$ ①

• R ليست تناظرية على A لأن $0R1$ لكن $1 \not R 0$. ①

• R ليست تخالفية على A لأن $1R2$ و $2R1$ لكن $1\neq 2$. ①

• R ليست متعدية على A لأن $3R2$ و $2R1$ لكن $3 \not R 1$ ①

(ب) (i) • S انعكاسية على E لأن عندما نأخذ $m\in E$ (يعني $m=2k$ عدد زوجي)
$4 \mid m+m=2m \overset{\text{فإن}}{=} 4k$ و بالتالي mSm . ①

• S تناظرية على E لأن عندما نأخذ $m,n\in E$ و نفترض أن mSn
فإن $4\mid m+n$ و بالتالي $4\mid n+m$ يعني nSm . ①

• S متعدية على E لأن عندما نأخذ $m,n,p\in E$ (3 أعداد زوجية)
و نفترض أن mSn و nSp فإن $4\mid(m+n)$ يعني $\boxed{m+n=4L}$ (1) حيث L عدد صحيح
كذلك $4\mid n+p$ يعني $\boxed{n+p=4K}$ (2) حيث K عدد صحيح.
بالجمع (1) و(2) نحصل $m+n+n+p=4L+4K$
$m+p=4L+4K-2n$
وبما أن n زوجي فإن $n=2X$
و بالتالي $m+p=4L+4K-4X$ ①
$m+p=4(\underbrace{L+K-X})$
$m+p=4\ c$ حيث c عدد صحيح
يعني $4\mid(m+p)$ إذا mSp .

S هي انعكاسية، تناظرية و متعدية على E فهي علاقة تكافؤ على E.

(ii) $[0]=\{m\in E \,/\, mS0\}=\{m\in E/\ 4\mid m\}$ ①
$[0]=\{0;\pm4;\pm8;\pm$ ...

السؤال الثاني : (7 درجات)

1 (أ) T . انعكاسية على B لأن عندما نأخذ $x\in B$ لدينا $xx=x$ و بالتالي xTx

1 T . تخالفية على B لأن عندما نأخذ $x,y\in B$ و نفترض أن xTy و yTx فإن لدينا $xy=y$ و $yx=x$ لأن $xy=yx$

فبالتالي $x=y$.

1 T . متعدية على B لأن عندما نأخذ $x,y,z\in B$ و نفترض أن xTy و yTz فإن لدينا (1) $xy=y$ و (2) $yz=z$

من خلال (2) $yz=z$

$\underbrace{xy}z=xz$

$z=yz=xz$

إذاً $xz=z$ يعني xTz.

بما أن T انعكاسية , تخالفية و متعدية على B فهي علاقة ترتيب جزئي على B.

(ب) (i)

$$f=(x'+y)'(yz')'$$
$$f=(xy')(y'+z)=xy'y'+xy'z$$
$$f=xy'+xy'z$$
$$f=xy'(z+z')+xy'z$$
$$f=\underline{xy'z}+xy'z'+\underline{xy'z}$$

2 و بالتالي $\boxed{CSP(f)=xy'z+xy'z'}$

(ii) $g=xz+y'z'$. نعلم أن $CPS(g)=(CSP(g'))'$

$$g'=(xz+y'z')'$$
$$=(xz)'\cdot(y'z')'=(x'+z')\cdot(y+z)$$
$$g'=x'y+x'z+yz'+zz'$$

لأن $zz'=0$

$$g'=x'y(z+z')+x'(y+y')z+(x+x')yz'$$
$$g'=\underline{x'yz}+\underline{x'yz'}+\underline{x'yz}+x'y'z+xyz'+\underline{x'yz'}$$
$$CSP(g')=x'yz+x'yz'+x'y'z+xyz'.$$

2 إذا $\boxed{CPS(g)=(x+y'+z')\cdot(x+y'+z)\cdot(x+y+z')\cdot(x'+y'+z)}$

السؤال الثالث (7 درجات)

$$h = xy' + y'z' + xyz + x'yz'$$
$$= xy'(z+z') + (x+x')y'z' + xyz + x'yz'$$
$$= xy'z + xy'z' + \underline{xy'z'} + x'y'z' + xyz + x'yz'$$
$$csp\ h = xy'z + xy'z' + xyz + x'y'z' + x'yz'$$

(i)

(1)

	yz	$y'z$	$y'z'$	yz'
x	1	1	1	0
x'	0	0	1	1

(ii)

(2)

$$\boxed{MSP(h) = xz + y'z' + x'z'}$$

(iii)

$$MPS(h) = (MSP(h'))'$$
$$MSP(h') = x'z + xyz'$$

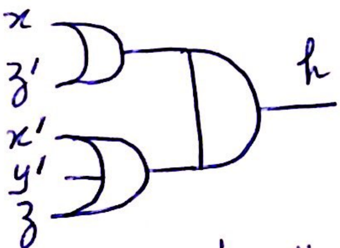
(2)

وبالتالي $\boxed{MPS(h) = (x+z')(x'+y'+z)}$

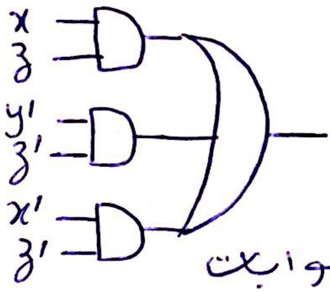
(iv)

3 بوابات.

(1)



شبكة عطف وفصل اصغرية مخرجها h

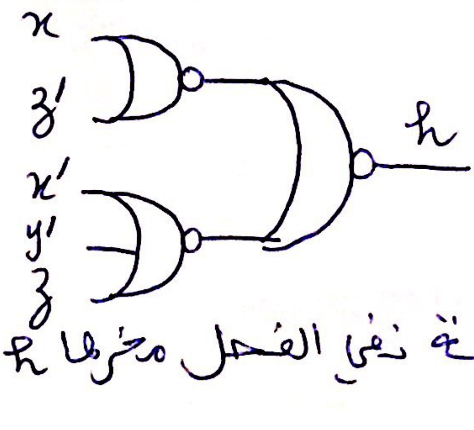


4 بوابات

(v)

$$MPS(h) = \left[\left((x+z')(x'+y'+z)\right)'\right]'$$
$$MPS(h) = \left[(x+z')' + (x'+y'+z)'\right]'$$

(1)



شبكة نفي الفصل مخرجها h.