

### السؤال الأول

$${}_{B}P_{C} = \begin{pmatrix} -2 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad {}_{C}P_{B} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix} .(1)$$

$$[v]_{B} = {}_{B}P_{C}[v]_{C} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} .(2)$$

### السؤال الثاني

الصيغة الدرجية الصفية المختزلة للمصفوفة  $A$  هي  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & -2 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

(1) هو أساس للفضاء الصفري للمصفوفة .  $\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

(2) هو أساس للفضاء العمودي للمصفوفة .  $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

(3) رتبة المصفوفة  $A$  هي 2.

### السؤال الثالث

ليكن الفضاء الجزئي  $F$  من  $\mathbb{R}^4$  المولد بـ  
 $S = \{u = (1, 1, 0, 0), v = (1, 0, -1, 0), w = (0, 0, 1, 1)\}$ .

$$(1). \text{ لتكن } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ والتي أعمدتها } u, v, w.$$

$$\text{وهذا } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ الصيغة الدرجية الصفية للمصفوفة } A \text{ هي}$$

يبين أن  $S$  هو أساس للفضاء الجزئي  $F$ .

$$(2). u_3 = \frac{1}{\sqrt{12}}(1, -1, 1, 3), u_2 = \frac{1}{\sqrt{6}}(1, -1, -2, 0), u_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, 1, 0, 0). \{u_1, u_2, u_3\} \text{ هو أساس عياري متعامد للفضاء الجزئي } F$$

#### السؤال الرابع

$$(1). \text{ لتكن المصفوفة } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & -1 & -4 \\ -1 & -2 & 2 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & -2 \end{pmatrix} \text{ والتي أعمدتها هي}$$

احداثيات المتجهات  $v_1, v_2, v_3, v_4$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ الصيغة الدرجية الصفية المختزلة للمصفوفة } A \text{ هي}$$

إذا  $\{v_1, v_3\}$  هو أساس لـ  $W$ .

(2). إذا كان

$$\{v_1, v_3, e_1, e_2, e_3\} \text{ إذا } e_3 = (0, 0, 1, 0, 0), e_2 = (0, 1, 0, 0, 0), e_1 = (1, 0, 0, 0, 0) \text{ هو أساس لـ } \mathbb{R}^5 \text{ يحتوي على } \{v_1, v_3\}.$$