

التبليط Tessellation

7-4



الأسئلة

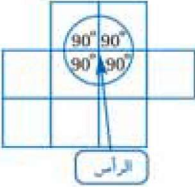
إن أول من رصع الجدران والأرضيات والأسقف بالفسيفساء هم اليونانيون القدماء. ولكن الفنان الهولندي M.C. Escher (1898-1972) بين أن هذه الأشكال ليست فقط جميلة المنظر بل ذات خصائص ترتبط بالرياضيات والفيزياء والجيولوجيا والكيمياء وحتى علم النفس. وفي الصورة المجاورة يمكن اختزال الأشكال كلها إلى مضلعات منتظمة أساسية هي مثلثات متطابقة الأضلاع وأشكال سداسية منتظمة تتكرر بنمط معين.

الأفكار الرئيسية

- تعرف التبليط المنتظم.
- أكون أشكال تبليط ذات خصائص معينة.

المفردات

- التبليط
- tessellation
- التبليط المنتظم
- regular tessellation
- المستقيم
- uniform
- التبليط شبه المنتظم
- semi-regular tessellation



التبليط المنتظم: التبليط في الرياضيات نمط يستعمل لتغطية المستوى باستعمال شكل واحد وتحولاته، أو مجموعة من الأشكال وتحولاتها بحيث يتم تغطية المستوى كاملاً بدون فراغات أو تقاطعات. ويكون مجموع زوايا المضلعات المحيطة بأي نقطة في أي تبليط مساوياً 360.

معمل الهندسة

تبليط بمضلعات منتظمة

عمل نماذج وتحليلها

ادرس مجموعة المضلعات المنتظمة الواردة في الجدول، ثم أجب عن الأسئلة التالية:

(1) أي المضلعات المنتظمة يمكن استعماله بمفرده في التبليط المنتظم؟

(2) اكتب عبارة تبين مجموع قياسات الزوايا عند كل رأس في التبليط.

(3) انقل الجدول التالي إلى دفترتك، وأكمله:

المضلع المنتظم	مثلث متطابق الأضلاع	مربع	خماسي منتظم	سداسي منتظم	سباعي منتظم	ثماني منتظم
قياس إحدى الزوايا الداخلية						
هل يمكن استعماله للتبليط؟						

(4) **خمن:** ما الشرط الذي يجب أن يحققه قياس الزاوية الداخلية للمضلع المنتظم حتى يستعمل في التبليط المنتظم؟

كل تخطيط استطعت تشكيله في معمل الهندسة هو تخطيط منتظم. **فالتخطيط المنتظم** هو التخطيط الذي يتم تشكيله باستعمال نوع واحد من المضلعات المنتظمة. فقد وجدت في إجابتك عن السؤال 4، أنه عندما يكون قياس الزاوية الداخلية للمضلع المنتظم قاسماً للعدد 360، فإنه يمكن التخطيط بذلك المضلع.

المضلعات المنتظمة

مثال

حدد إذا كان استعمال المضلع المنتظم الذي عدد أضلاعه 24 ضلعاً في التخطيط ممكناً. ووضح إجابتك.

افرض أن $\angle 1$ هي إحدى الزوايا الداخلية لهذا المضلع.

$$\begin{aligned} m\angle 1 &= \frac{180(n-2)}{n} && \text{قانون الزاوية الداخلية للمضلع المنتظم} \\ &= \frac{180(24-2)}{24} && \text{بالتعويض} \\ &= 165 && \text{بالتبسيط} \end{aligned}$$

بما أن العدد 165 ليس قاسماً للعدد 360، لذا فإن المضلع المنتظم الذي عدد أضلاعه 24 لا يمكن استعماله بمفرده في التخطيط.

تلقوا من فهمك

1) قرر ما إذا كان استعمال المضلع المنتظم الذي عدد أضلاعه 18 ضلعاً ممكناً في التخطيط.

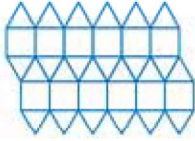
التخطيط بصفات معينة: يمكن أن يحتوي نمط التخطيط أي نوع من المضلعات، والتخطيط الذي يحتوي الترتيبات نفسها للأشكال والزوايا عند كل رأس يُسمى **تخطيطاً متسقاً**.

غير متسق	متسق
<p>توجد ثلاث زوايا متطابقة عند الرأس A.</p> <p>توجد خمس زوايا، أربع منها متطابقة والخامسة مختلفة عند الرأس B.</p>	<p>توجد أربع زوايا متطابقة عند الرأس A.</p> <p>توجد الزوايا الأربع المتطابقة نفسها عند الرأس B.</p>
<p>توجد لثاني زوايا متطابقة عند الرأس A.</p> <p>توجد أربع زوايا متطابقة عند الرأس B.</p>	<p>توجد أربع زوايا تتكون من زوجين متطابقين عند الرأس A.</p> <p>بالمثل توجد أربع زوايا تتكون من زوجين متطابقين عند الرأس B.</p>

إرشادات

مراجعة

لمراجعة كيفية إيجاد قياس الزاوية الداخلية لمضلع منتظم ارجع إلى الدرس 5-1.

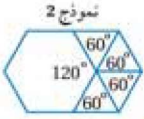
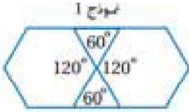


يمكن عمل تبييط باستعمال أكثر من نوع واحد من المضلعات. ويسمى التبييط الذي يتألف من مضلعين منتظمين أو أكثر **تبييطاً شبه منتظم**. وإذا كان التبييط يتألف من مضلع غير منتظم أو أكثر فإنه يسمى تبييطاً غير منتظم.

مثال

التبييط شبه المنتظم

حدد إذا كان عمل تبييط شبه منتظم ممكنًا باستعمال مضلعات سداسية منتظمة ومثلثات متطابقة الأضلاع طول ضلع كل منها وحدة واحدة، أم لا.



الطريقة الأولى، اعمل نموذجًا.
يظهر في الشكل المجاور نموذجان للتبييط شبه المنتظم يستعمل في كل منهما مضلع سداسي منتظم ومثلث متطابق الأضلاع. لاحظ أن الفراغات عند كل رأس تم ملؤها باستعمال مثلثات متطابقة الأضلاع. وبذلك يكون قد استعمل في النموذج مضلعان سداسيان منتظمان ومثلثان متطابقا الأضلاع بالتناوب حول كل رأس. أما النموذج الثاني فاستعمل فيه مضلع سداسي منتظم واحد وأربعة مثلثات متطابقة الأضلاع حول كل رأس.

الطريقة الثانية، استعمال الجبر لحل السؤال.

قياس الزاوية الداخلية الواحدة للمضلع السداسي المنتظم يساوي $120^\circ = \frac{180^\circ(6-2)}{6}$.
قياس كل زاوية من زوايا المثلث متطابق الأضلاع يساوي 60° . أوجد العددين الكليين t, h اللذين يحققان المعادلة $120h + 60t = 360$.

افرض $h = 2$

$$120(2) + 60t = 360$$

$$240 + 60t = 360$$

$$60t = 120$$

$$t = 2$$

بالعرض

بالتبسيط

بطرح 240 من الطرفين

بقسمة الطرفين على 60

افرض $h = 1$

$$120(1) + 60t = 360$$

$$120 + 60t = 360$$

$$60t = 240$$

$$t = 4$$

بالعرض

بالتبسيط

بطرح 120 من الطرفين

بقسمة الطرفين على 60

النتيجة الأولى $h = 1, t = 4$ تعني استعمال مضلع سداسي منتظم واحد مع أربعة مثلثات متطابقة الأضلاع حول كل رأس.

النتيجة الثانية $h = 2, t = 2$ تعني استعمال مضلعين سداسيين منتظمين مع مثلثين متطابقين الأضلاع حول كل رأس.

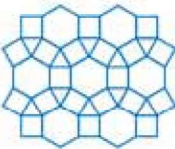
لاحظ أنه عندما كانت $h = 0, t = 6$ أو $h = 3, t = 0$ فإن التبييط يكون منتظمًا؛ لاستعمال نوع واحد من المضلعات في كل حالة.

تحقق من فهمك

2- حدد إذا كان عمل تبييط شبه منتظم ممكنًا باستعمال مربعات ومثلثات متطابقة الأضلاع طول ضلع كل منها وحدة واحدة، أم لا.

مثال من الواقع الحياتي

تصنيف التبييط



3- **تبييط الأرضيات،** يأتي بلاط الأرضيات بأشكال وأنماط عديدة. حدد إذا كان النمط الظاهر في الشكل تبييطاً أم لا، وإذا كان كذلك، فصنفه إلى: متسق، أو غير متسق، ومنتظم أو شبه منتظم أو غير منتظم.

النمط الظاهر تبييط؛ لأن مجموع قياسات الزوايا عند كل رأس يساوي 360° .

إرشادات

الرسم

عندما تصمم تبييطاً، فقد يساعدك رسم وحدة النمط على ورقة ثم قصها واستعمالها في رسم وحدات أخرى.

والتبليط متسق لوجود مربعين، ومثلث، وشكل سداسي بالترتيب نفسه عند كل رأس. وكذلك فإن هذا التبليط شبه منتظم لاستعمال أكثر من نوع واحد من المضلعات المنتظمة.



تحقق من فهمك

3 حدد إذا كان النمط في الشكل المجاور تبليطاً أم لا، وإذا كان كذلك، فصفه إلى متسق أو غير متسق، ومنتظم أو شبه منتظم أو غير منتظم.

تأمل

حدد إذا كان تبليط المستوى بالمضلع المذكور ممكناً أم لا. ووضح إجابتك.

1 مضلع منتظم عدد أضلاعه 10 2 مضلع منتظم عدد أضلاعه 30

مثال 1
(ص 146)

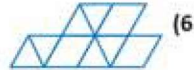
حدد إذا كان تكوين تبليط شبه منتظم ممكناً باستعمال الأشكال التالية أم لا، مفترضاً أن طول ضلع كل شكل يساوي وحدة واحدة:

مثال 2
(ص 147)

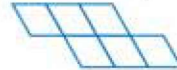
3 مضلع خماسي منتظم ومثلث متطابق الأضلاع 4 مضلع منتظم عدد أضلاعه 8 ومربع

حدد إذا كان النمط تبليطاً أم لا، وإذا كان كذلك، فصفه إلى متسق أو غير متسق، ومنتظم أو شبه منتظم أو غير منتظم:

مثال 3
(ص 147-148)



6



5

7 اللحاف المطرزة: نمط "طابع البريد" يستعمل في نظريز اللحف. وضح لماذا يُعد هذا تبليطاً؟ وما نوعه؟



تمارين ومسائل

حدد إذا كان بالإمكان تبليط المستوى بالمضلع المذكور أم لا، وإذا كان ذلك ممكناً فصفه إلى: متسق أو غير متسق، ومنتظم أو شبه منتظم أو غير منتظم:

جداول الإجابة المنزلي

العدد الامتلاء	تلاسل
3	8-11
1	12-17
2	18-20

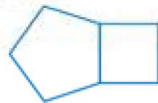
9 شكل طائرة ورقية.



8 متوازي أضلاع.



11 شكل خماسي ومربع.



10 شكل رباعي.



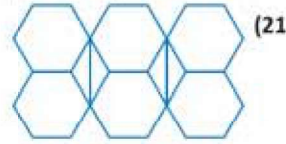
- حدد إذا كان بالإمكان تبليط المستوى بالمضلع المنتظم المذكور أم لا. ووضح إجابتك.
- (12) مضلع عدد أضلاعه 9. (13) مضلع سداسي. (14) مثلث متطابق الأضلاع
(15) مضلع عدد أضلاعه 12. (16) مضلع عدد أضلاعه 23 (17) مضلع عدد أضلاعه 36

حدد إذا كان بالإمكان تكوين تبليط شبه منتظم باستعمال الأشكال المذكورة أم لا. افرض أن طول ضلع كل شكل يساوي وحدة واحدة:

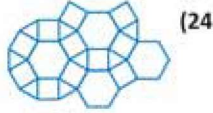
- (18) مضلعات منتظمة عدد أضلاعه كل منها 8، ومعينات ليست مربعة.
(19) مضلعات منتظمة عدد أضلاعه كل منها 12، ومثلثات متطابقة الأضلاع.
(20) مضلعات منتظمة عدد أضلاعه كل منها 12، ومربعات، ومثلثات متطابقة الأضلاع.
- حدد إذا كان كل نمط من الأنماط التالية تبليطاً أم لا، وإذا كان تبليطاً، فصفه إلى متسق أو غير متسق، ومنتظم أو شبه منتظم أو غير منتظم:



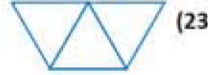
(22)



(21)



(24)



(23)



الربط مع الحياة

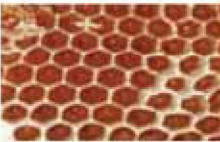
تحرص شركات الخزف على الإبداع والتنوع في صناعة السيراميك من حيث الشكل والحجم والزخرفة.



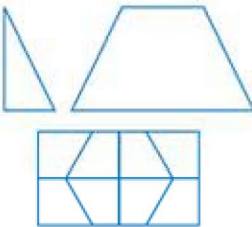
(25) صناعة الخزف، يُعد الشكل المجاور من الأشكال المحيية لتبليط ساحات المنازل. صنف هذا التبليط إلى: متسق أو غير متسق، منتظم أو شبه منتظم أو غير منتظم. وفسر إجابتك.

حدد إذا كانت كل عبارة فيما يلي صحيحة دائماً، أو صحيحة أحياناً، أو غير صحيحة أبداً، وبرر إجابتك:

- (26) يمكن استعمال أي مثلث للتبليط.
(27) يمكن استعمال أي شكل رباعي للتبليط.
(28) المضلع المنتظم الذي عدد أضلاعه 16 يمكن استعماله للتبليط.



(29) تحل، يتكون القرص الشمعي في خلية النحل من خلايا سداسية الشكل يخزن النحل فيها ما يصنعه من العسل. حدد إذا كان هذا النمط تبليطاً أم لا، وإذا كان تبليطاً فصفه إلى: متسق أو غير متسق، ومنتظم أو شبه منتظم أو غير منتظم.



(30) مسألة مفتوحة: استعمل هذين الشكلين في تصميم تبليط.

(31) تبرير، وضح لماذا لا يُعد التبليط الظاهر في الشكل المجاور منتظماً؟

مسائل مهارات التفكير العليا

- 32 تحدد** ماذا تتوقع أن تكون قياسات الزوايا الداخلية لشكل خماسي حتى يستعمل في التبليط؟ وهل هذا التبليط منتظم أو شبه منتظم أو غير منتظم، وهل هو متسق أم غير متسق؟
- 33 أجب**، اشرح كيف يستعمل التبليط في الفنون. وضمن إجابتك تفسيراً يبين كيف يستعمل كل من المثلث متطابق الأضلاع والشكل السداسي المنتظم في التبليط. وضمن إجابتك أيضاً قائمة بأشكال هندسية أخرى تستعمل في التبليط. انظر فقرة "استعد" (صفحة 145).

تدريب على اختبار معياري

- 35 مراجعة**، تشحن إحدى الشركات أجهزة حاسوب في صناديق خشبية وزن الواحد منها فارغاً يساوي 20 kg. فإذا كان وزن جهاز الحاسوب لا يتجاوز 6 kg، فأأي المتباينات التالية تصف الوزن الكلي w للصندوق الخشبي الذي يحتوي العدد c من أجهزة الحاسوب؟

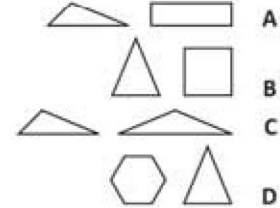
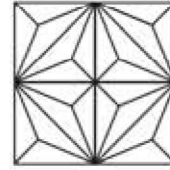
$$c \leq 6 + 20w \quad A$$

$$c \geq 6w + 20 \quad B$$

$$w \leq 6c + 20 \quad C$$

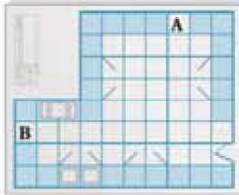
$$w \geq 6c + 20 \quad D$$

- 34** أي من الأشكال التالية يمكن استعماله في تبليط الشكل أدناه؟

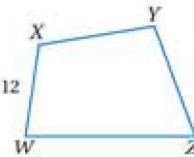
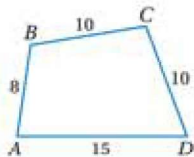


مراجعة تراكمية

- هندسة إحدائية**، ارسم الصورة الناتجة من دوران كل من الأشكال التالية بزاوية قياسها 90° في الاتجاه المعطى حول مركز الدوران المذكور فيما يلي، وسم إحدائيات رؤوس الصورة: (الدرس 7-3)
- 36** $\triangle ABC$ الذي رؤوسه هي: $A(8, 1)$, $B(2, -6)$, $C(-4, -2)$ ، والدوران بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول النقطة $P(-2, 2)$.
- 37** $\triangle DEF$ الذي رؤوسه هي: $D(6, 2)$, $E(6, -3)$, $F(2, 3)$ ، والدوران مع اتجاه حركة عقارب الساعة حول النقطة $P(3, -2)$.
- 38** $\square KLMN$ الذي رؤوسه هي: $K(-3, -5)$, $L(3, 3)$, $M(7, 0)$, $N(1, -8)$ ، والدوران بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول النقطة $P(-2, 0)$.



- 39 إعادة تصميم**، يبين الشكل المجاور رسماً لمطبخ محمد. فإذا علمت أن كل مربع في الشكل يمثل المساحة $3\text{ft} \times 3\text{ft}$ ويريد محمد أن ينقل مكان الثلاثة من المربع A إلى المربع B. صف هذا الانتقال. (الدرس 7-2)



- مهارة سابقة وضرورية**، إذا كان $ABCD \sim WXYZ$ فأوجد كلاً مما يلي: (الدرس 6-2)

- معامل التشابه لـ $ABCD$ إلى $WXYZ$ (41) XY
 YZ (42) WZ (43)