

# Techniques of Integration

طرائق التكامل

Math 111

Lecture 14

Dr. Nasser Bin Turki

King Saud University  
Department of Mathematics

2016

مثال : أوجد تكامل كل من الدوال التالية:

$$(1) \int x \ln x \, dx.$$

$$(2) \int x^n \ln x \, dx.$$

$$(3) \int_0^1 \sin^{-1} x \, dx.$$

$$(4) \int x \sinh x \, dx.$$

مثال : أوجد تكامل الدالة التالية:

$$(1) \int \cos^2 x \, dx ,$$

مبرهنة :

إذا كان  $n \geq 2$  عدداً صحيحاً، فإن:

$$\int \cos^n x \, dx = \frac{1}{n} \cos^{n-1} x \cdot \sin x + \frac{n-1}{n} \int \cos^{n-2} x \, dx \quad (\text{أ})$$

$$\int \sin^n x \, dx = -\frac{1}{n} \sin^{n-1} x \cdot \cos x + \frac{n-1}{n} \int \sin^{n-2} x \, dx \quad (\text{ب})$$

١٥ / ١٥ / ١٥ / ١٥ /

تسمى مثل هذا القاعدة بإسم الاختزال المتتالي.

طرائق التكامل:

(٢) تكاملات قوى الدوال المثلثية:

Integrals of Powers of Trigonometric Functions:

الحالة الاولى:

$$\int \sin^m \cos^n dx.$$

أ) إذا كان كل من  $n$  و  $m$  عدداً زوجياً فإننا نستخدم متطابقة ضعف الزاوية لكل من

$$\sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x),$$

$$\cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x).$$

ملاحظة:

يمكن استخدام القاعدة السابقة لايجاد تكامل التي على الصورة التالية.

$$\int \sin^n x \, dx, \quad \int \cos^n x \, dx.$$

$$\int \sin^m \cos^n dx.$$

ب) إذا كان  $n$  أو  $m$  عدداً فردياً أو كلاهما فردي نسحب واحد من الفردي مع  $dx$  ونستخدم أحد التعويضات التالية:

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x,$$

$$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x.$$

ملاحظة:

يمكن استخدام القاعدة السابقة لايجاد تكامل التي على الصورة التالية.

$$\int \sin^n x \, dx, \quad \int \cos^n x \, dx.$$



مثال : أوجد تكامل كل من الدوال التالية:

$$(1) \int \sin^3 x \, dx ,$$

$$(2) \int \sin^7 x \, dx.$$

$$(3) \int \sin^4 x \cos^3 x \, dx.$$

$$(4) \int \sin^2 x \cos^4 x \, dx.$$

مبرهنة:

$$\sin mx \cos nx = \frac{1}{2} \{ \sin[(m-n)x] + \sin[(m+n)x] \}$$

$$\sin mx \sin nx = \frac{1}{2} \{ \cos[(m-n)x] - \cos[(m+n)x] \}$$

$$\cos mx \cos nx = \frac{1}{2} \{ \cos[(m-n)x] + \cos[(m+n)x] \}$$

مثال : أوجد تكامل كل من الدوال التالية:

$$(7) \int \sin(3x) \cos(5x) dx.$$

$$(8) \int \frac{\cos^5(3x)}{\sin^6(3x)} dx.$$

مثال : أوجد تكامل كل من الدوال التالية:

$$(1) \int_0^4 x \operatorname{arcsec} x \, dx.$$

$$(2) \int e^{2x} \cos 3x \, dx.$$

$$(3) \int \sin x \cos^5 x \, dx.$$

$$(4) \int \cos^2 x \sin^3 x \, dx.$$

$$(5) \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 3 \cos^3 x \, dx.$$

$$(6) \int \frac{\cos^3 x}{\sqrt{\sin x}} \, dx.$$

$$(7) \int \cos 2x \sin 6x \, dx.$$

*Thanks for listening.*