

# Techniques of Integration

طرائق التكامل

Math 111

Lecture 20

Dr. Nasser Bin Turki

King Saud University  
Department of Mathematics

2016

طرائق التكامل:

(٦) التعويضات الخاصة او المتفرقة:

Miscellaneous Substitutions:

طرائق التكامل:

(٦) التعويضات الخاصة او المتفرقة:

Miscellaneous Substitutions:

في هذا القسم سوف نقوم بمعالجة التكاملات التي لا يمكن حلها بطرائق التكامل السابقة وذلك باستخدام تعويضات خاصة كالتالي :

طرائق التكامل:

(٦) التعويضات الخاصة او المتفرقة:

Miscellaneous Substitutions:

في هذا القسم سوف نقوم بمعالجة التكاملات التي لا يمكن حلها بطرائق التكامل السابقة وذلك باستخدام تعويضات خاصة كالتالي :

الحالة الاولى:

التكاملات التي تحتوي على قوى كسرية:

$$x^{\frac{1}{n}}, n \in \mathbb{R}$$

في هذه الحالة نفرض  $u = x^{\frac{1}{n}}$  هذا يقتضي أن  $u^n = x$  و  $n$  هو المضاعف المشترك الأصغر للمقامات.

مثال : أوجد تكامل الدالة التالية:

$$(1) \int \frac{1}{x(1 + \sqrt{x})} dx.$$

$$(2) \int \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}} dx.$$

الحالة الثانية :  
التكاملات من الصورة

$$\int \frac{dx}{\sin ax + \cos bx + c}, \quad \int \frac{dx}{\tan x + \sin x}, \quad \int \frac{\cos x}{\sin x \pm \cos x} dx,$$
$$\int \frac{dx}{a \pm b \cos x}, \quad \int \frac{dx}{a \pm \sin x}.$$

الحالة الثانية :  
التكاملات من الصورة

$$\int \frac{dx}{\sin ax + \cos bx + c}, \quad \int \frac{dx}{\tan x + \sin x}, \quad \int \frac{\cos x}{\sin x \pm \cos x} dx,$$
$$\int \frac{dx}{a \pm b \cos x}, \quad \int \frac{dx}{a \pm \sin x}.$$

نستخدم التعويض التالي

$$u = \tan\left(\frac{x}{2}\right) \quad dx = \frac{2du}{1+u^2}$$



الحالة الثانية :  
التكاملات من الصورة

$$\int \frac{dx}{\sin ax + \cos bx + c}, \quad \int \frac{dx}{\tan x + \sin x}, \quad \int \frac{\cos x}{\sin x \pm \cos x} dx,$$
$$\int \frac{dx}{a \pm b \cos x}, \quad \int \frac{dx}{a \pm \sin x}.$$

نستخدم التعويض التالي

$$u = \tan\left(\frac{x}{2}\right) \quad dx = \frac{2du}{1+u^2}$$

$$\sin x = \frac{2u}{1+u^2}, \quad \cos x = \frac{1-u^2}{1+u^2}$$

مثال : أوجد تكامل الدالة التالية :

$$(1) \int \frac{1}{1 - \sin x} dx$$

مثال : أوجد تكامل الدالة التالية:

$$(1) \int \frac{1}{1 - \sin x} dx$$

$$(2) \int \frac{1}{1 + \sin x + \cos x} dx.$$

## Exercises

مثال : أوجد تكامل الدالة التالية :

$$(1) \int x(x+9)^{\frac{1}{3}} dx$$

$$(2) \int \frac{e^{2x}}{e^x + 4} dx.$$

$$(3) \int_0^{25} \frac{1}{\sqrt{4 + \sqrt{x}}} dx.$$

*Thanks for listening.*